

คำชี้แจงเกี่ยวกับแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์

1. แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ฉบับนี้ ใช้ประกอบการเรียนการสอนรายวิชา ค31202 คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง “ฟังก์ชัน” โดยแบบฝึกทักษะนี้แบ่งออกเป็น 9 เล่ม จำแนกตามเรื่อง ดังนี้

- เล่มที่ 1 ความสัมพันธ์
- เล่มที่ 2 โดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์
- เล่มที่ 3 ตัวผกผันของความสัมพันธ์
- เล่มที่ 4 ฟังก์ชัน
- เล่มที่ 5 ลักษณะของฟังก์ชัน
- เล่มที่ 6 ฟังก์ชันเพิ่มและฟังก์ชันลด
- เล่มที่ 7 การดำเนินการของฟังก์ชัน
- เล่มที่ 8 ฟังก์ชันประกอบ
- เล่มที่ 9 ฟังก์ชันผกผัน

2. แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ฉบับนี้ เป็นเล่มที่ 1 ความสัมพันธ์ ประกอบด้วย

- 2.1 คำชี้แจงเกี่ยวกับแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์
- 2.2 จุดประสงค์การเรียนรู้
- 2.3 ตารางบันทึกคะแนน
- 2.4 เนื้อหาและตัวอย่าง
- 2.5 แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์
- 2.6 แบบทดสอบหลังเรียน
- 2.7 เฉลยแบบฝึกทักษะ
- 2.8 เฉลยแบบทดสอบหลังเรียน



จุดประสงค์การเรียนรู้ เรื่อง ความสัมพันธ์

นักเรียนสามารถ

1. บอกการเท่ากันของคู่อันดับและนำไปใช้ได้
2. เขียนผลคูณคาร์ทีเซียนของเซตที่กำหนดให้ได้
3. เขียนความสัมพันธ์แบบแจกแจงสมาชิกหรือแบบบอกเงื่อนไขได้



ตารางบันทึกคะแนน

แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
เล่มที่ 1 ความสัมพันธ์

ชื่อ.....สกุล.....ชั้น ม.4/.....เลขที่

ให้ผู้เรียนบันทึกคะแนนที่ได้ลงในตารางต่อไปนี้

| แบบฝึกทักษะ/แบบทดสอบ | คะแนนเต็ม | คะแนนที่ได้ |
|----------------------|-----------|-------------|
| แบบฝึกทักษะที่ 1.1 | 10 | |
| แบบฝึกทักษะที่ 1.2 | 20 | |
| แบบฝึกทักษะที่ 1.3 | 15 | |
| แบบทดสอบหลังเรียน | 10 | |
| รวม | 55 | |

ไปลุยกันเลยคะ เพื่อน ๆ



1.1 เรื่อง คู่อันดับ (Ordered Pairs)

สวัสดีค่ะเพื่อน ๆ
เราชื่อไอยริณนะ

ก่อนที่จะศึกษาผลคูณคาร์ทีเซียน ควรจะทบทวนและทำความเข้าใจเกี่ยวกับ “คู่อันดับ” กันก่อน นะคะ



คู่อันดับ (Ordered Pairs) คือสัญลักษณ์ที่แสดงการจับคู่กันระหว่างสิ่ง 2 สิ่ง

เช่น การจับคู่ระหว่างระยะทางและเวลา เราจะเขียนระยะทาง (กิโลเมตร) กับเวลา (ชั่วโมง) นั้นในวงเล็บและคั่นด้วยเครื่องหมาย “,” ดังนี้ (ระยะทาง, เวลา)

(120, 2) หมายถึง ระยะทาง 120 กิโลเมตร ต้องใช้เวลา 2 ชั่วโมง

(2, 120) หมายถึง ระยะทาง 2 กิโลเมตร ต้องใช้เวลา 120 ชั่วโมง

เราจะเรียก (120, 2) และ (2, 120) ว่า คู่อันดับ

ดังนั้น คู่อันดับ จะประกอบด้วยสมาชิก 2 ตัว คือ สมาชิกตัวหน้าและสมาชิกตัวหลัง หรือสมาชิกตัวที่หนึ่งและสมาชิกตัวที่สอง

จากตัวอย่างข้างบนจะเห็นว่า คู่อันดับถืออันดับเป็นสำคัญ ถ้าเราสลับระหว่างสมาชิกตัวหน้าและตัวหลังของคู่อันดับ คู่อันดับใหม่อาจมีความหมายแตกต่างจากคู่อันดับเดิม



เราเคยเรียนในวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานมาบ้างแล้ว จำได้ไหมเอ่ย..





การเท่ากันของคู่อันดับ

คู่อันดับ $(a, b) = (c, d)$ ก็ต่อเมื่อ $a = c$ และ $b = d$

ไปดูตัวอย่างกันเลยค่ะ

ตัวอย่างที่ 1 จงหาค่าของ x และ y ที่ทำให้ $(x, 3) = (4, y)$

วิธีทำ จากบทนิยามของการเท่ากันของคู่อันดับ

จะได้ว่า $(x, 3) = (4, y)$ ก็ต่อเมื่อ $x = 4$ และ $y = 3$
 ดังนั้น $x = 4$ และ $y = 3$

ตัวอย่างที่ 2 กำหนดให้ $(3x, y) = (27, -2)$ จงหาค่าของ x และ y

วิธีทำ จากบทนิยามของการเท่ากันของคู่อันดับ

จะได้ว่า $(3x, y) = (27, -2)$ ก็ต่อเมื่อ $3x = 27$ และ $y = -2$
 ดังนั้น $x = 9$ และ $y = -2$

ตัวอย่างที่ 3 กำหนดให้ $(2x-y, -2) = (3, x+3y)$ จงหาค่าของ $2x+y$

วิธีทำ จากบทนิยามของการเท่ากันของคู่อันดับ

จะได้ว่า $(2x-y, -2) = (3, x+3y)$

ก็ต่อเมื่อ $2x-y = 3$ ----- ①

$x+3y = -2$ ----- ②

จะได้ว่า ② $\times 2$; ----- ③

① - ③ ;

$$2x+6y = -4$$

$$-7y = 7$$

$$y = -1$$

แทน $y = -1$ ลงใน ② ;

$$x+3(-1) = -2$$

$$x-3 = -2$$

$$x = -2+3$$

$$x = 1$$

จะได้ $x = 1$ และ $y = -1$

ดังนั้น $2x+y = 2(1)+(-1) = 1$





แบบฝึกทักษะที่ 1.1

เรื่อง คู่อันดับ

จุดประสงค์การเรียนรู้: นักเรียนสามารถบอกการเท่ากันของคู่อันดับและนำไปใช้ได้

คำชี้แจง: จงหาค่าของ x และ y จากข้อที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1) กำหนด $(x, y) = (-1, 6)$

2) กำหนด $(-x, -y) = (6, -9)$

3) กำหนด $(x^3, 64) = (8, y^3)$

4) กำหนด $(x+2, 12) = (6, y+10)$

5) กำหนด $(x-2, y+2) = (4, 8)$



6) กำหนด $(2x+1, 4) = (11-3x, 5+y)$

7) กำหนด $(x+y, x-y) = (6, 4)$

8) กำหนด $(y-2, 2x+1) = (x-1, y-2)$



ไม่ยากเลยใช่ไหมคะ เพื่อน ๆ



1.2 เรื่อง ผลคูณคาร์ทีเซียน (Cartesian Product)

บทนิยาม ผลคูณคาร์ทีเซียนของเซต A และเซต B
คือ เซตของคู่อันดับ (a, b) ทั้งหมด
โดยที่ a เป็นสมาชิกของเซต A และ b เป็นสมาชิกของเซต B
ผลคูณคาร์ทีเซียนของเซต A และ เซต B เขียนแทนด้วย $A \times B$



$A \times B$ อ่านว่า เอ คูณ บี

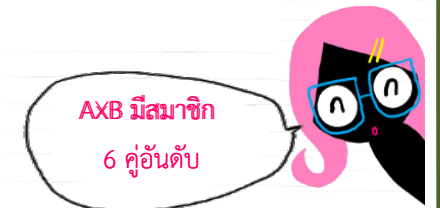
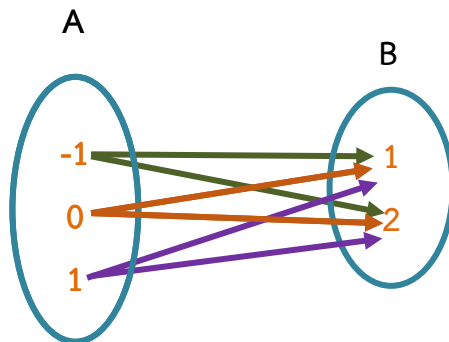
เขียน $A \times B$ ในรูปเซตแบบบอกเงื่อนไข ได้ดังนี้

$$A \times B = \{(a, b) \mid a \in A \text{ และ } b \in B\}$$

ตัวอย่างที่ 4 กำหนดให้ $A = \{-1, 0, 1\}$, $B = \{1, 2\}$ และ $C = \{3, 4\}$ จงหาผลคูณคาร์ทีเซียนต่อไปนี้

1. $A \times B$

วิธีทำ จากแผนภาพ



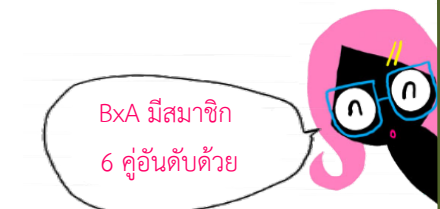
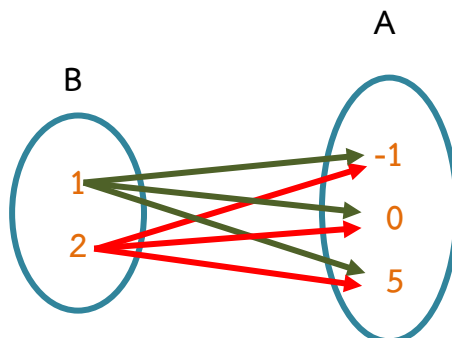
จะได้ว่า

$$A \times B = \{(-1, 1), (-1, 2), (0, 1), (0, 2), (1, 1), (1, 2)\}$$

$$n(A \times B) = 6$$

2. $B \times A$

วิธีทำ จากแผนภาพ



จะได้ว่า

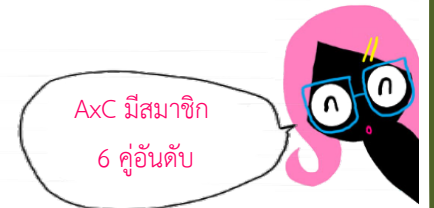
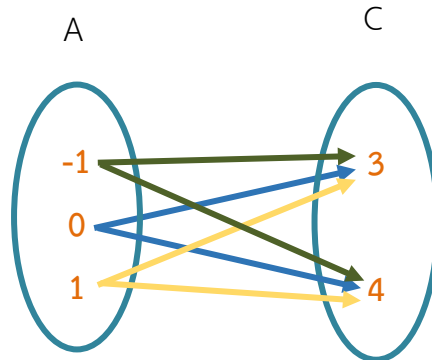
$$B \times A = \{(1, -1), (1, 0), (1, 1), (2, -1), (2, 0), (2, 1)\}$$

$$n(B \times A) = 6$$



3. $A \times C$

วิธีทำ จากแผนภาพ



$A \times C$ มีสมาชิก
6 คู่อันดับ

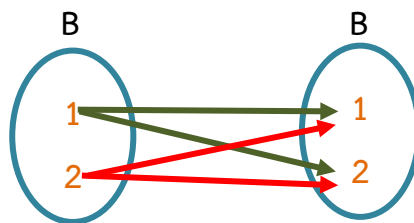
จะได้ว่า

$$A \times C = \{(-1, 3), (-1, 4), (0, 3), (0, 4), (1, 3), (1, 4)\}$$

$$n(A \times C) = 6$$

4. $B \times B$

วิธีทำ จากแผนภาพ



$B \times B$ มีสมาชิก
4 คู่อันดับ

จะได้ว่า

$$B \times B = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2)\}$$

$$n(B \times B) = 4$$

5. $(A \times B) \cup (A \times C)$

วิธีทำ จากข้อ 1

$$A \times B = \{(-1, 1), (-1, 2), (0, 1), (0, 2), (1, 1), (1, 2)\}$$

ข้อ 2

$$A \times C = \{(-1, 3), (-1, 4), (0, 3), (0, 4), (1, 3), (1, 4)\}$$

$$\text{จะได้ว่า } (A \times B) \cup (A \times C) = \{(-1, 1), (-1, 2), (0, 1), (0, 2), (1, 1), (1, 2), (-1, 3), (-1, 4), (0, 3), (0, 4), (1, 3), (1, 4)\}$$

$$n[(A \times B) \cup (A \times C)] = 12$$

6. $A \times (B \cup C)$

วิธีทำ จากโจทย์ A

$$= \{-1, 0, 1\}$$

$B \cup C$

$$= \{1, 2, 3, 4\}$$

จะได้ว่า $A \times (B \cup C)$

$$= \{(-1, 1), (-1, 2), (-1, 3), (-1, 4), (0, 1), (0, 2), (0, 3), (0, 4), (1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4)\}$$

$$n[A \times (B \cup C)] = 12$$



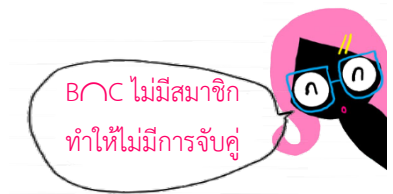
7. $A \times (B \cap C)$

วิธีทำ จากโจทย์ A = $\{-1, 0, 1\}$

$B \cap C = \emptyset$

จะได้ว่า $A \times (B \cap C) = \emptyset$

$n[A \times (B \cap C)] = 0$



8. $(A \times B) \cap (A \times C)$

วิธีทำ จากข้อ 1 $A \times B = \{(-1, 1), (-1, 2), (0, 1), (0, 2), (1, 1), (1, 2)\}$

ข้อ 2 $A \times C = \{(-1, 3), (-1, 4), (0, 3), (0, 4), (1, 3), (1, 4)\}$

จะได้ว่า $(A \times B) \cap (A \times C) = \emptyset$

$n[(A \times B) \cap (A \times C)] = 0$

9. $A \times \emptyset$

วิธีทำ จะได้ว่า $A \times \emptyset = \emptyset$

ข้อสังเกต: ผลคูณคาร์ทีเซียน

1. $A \times B \neq B \times A$

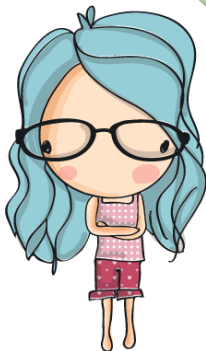
2. ให้ $n(A) = n$

$n(B) = m$

จะได้ $n(A \times B) = n(A) \times n(B) = nm$

3. $A \times \emptyset = \emptyset \times A = \emptyset$

4. $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$





แบบฝึกทักษะที่ 1.2

เรื่อง ผลคูณคาร์ทีเซียน



จุดประสงค์การเรียนรู้: นักเรียนสามารถเขียนผลคูณคาร์ทีเซียนของเซตที่กำหนดให้ได้

1) จงหา $A \times B$ และ $n(A \times B)$ เมื่อกำหนด A และ B ดังต่อไปนี้ (ข้อละ 1 คะแนน)

1.1 $A = \{a\}, B = \{b, c\}$

$$A \times B = \underline{\hspace{10cm}}$$

$$n(A \times B) = \underline{\hspace{10cm}}$$

1.2 $A = \{-1, -2, -3\}, B = \{m, n\}$

$$A \times B = \underline{\hspace{10cm}}$$

$$n(A \times B) = \underline{\hspace{10cm}}$$

1.3 $A = \{1, 2, 3\}, B = \{-1, -2, -3\}$

$$A \times B = \underline{\hspace{10cm}}$$

$$n(A \times B) = \underline{\hspace{10cm}}$$

1.4 $A = \{-1, 0, 1\}, B = \emptyset$

$$A \times B = \underline{\hspace{10cm}}$$

$$n(A \times B) = \underline{\hspace{10cm}}$$

2) กำหนดให้ $A = \{-1, -2\}, B = \{-2, 4\}$ และ $C = \{5, 6\}$ จงเขียนเซตต่อไปนี้แบบแจกแจงสมาชิก

2.1 $(A \times B) \cup (A \times C)$ (2 คะแนน)

$$A \times B = \underline{\hspace{10cm}}$$

$$A \times C = \underline{\hspace{10cm}}$$

$$(A \times B) \cup (A \times C) = \underline{\hspace{10cm}}$$

$$n[(A \times B) \cup (A \times C)] = \underline{\hspace{10cm}}$$



2.2 $Ax(B \cup C)$ (1.5 คะแนน)

$$B \cup C = \underline{\hspace{10cm}}$$

$$Ax(B \cup C) = \underline{\hspace{10cm}}$$

$$n[Ax(B \cup C)] = \underline{\hspace{10cm}}$$

2.3 $Ax(B \cap C)$ (1.5 คะแนน)

$$B \cap C = \underline{\hspace{10cm}}$$

$$Ax(B \cap C) = \underline{\hspace{10cm}}$$

$$n[Ax(B \cap C)] = \underline{\hspace{10cm}}$$

2.4 $(B \times A) \cap (B \times C)$ (2 คะแนน)

$$B \times A = \underline{\hspace{10cm}}$$

$$B \times C = \underline{\hspace{10cm}}$$

$$(B \times A) \cap (B \times C) = \underline{\hspace{10cm}}$$

$$n[(B \times A) \cap (B \times C)] = \underline{\hspace{10cm}}$$

- 3) กำหนด A, B, C เป็นเซตใดๆ จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้ถูกหรือผิด ถ้าข้อใดถูกให้ทำเครื่องหมาย ✓ และถ้าผิดให้ทำเครื่องหมาย ✗ หน้าข้อนั้น (ข้อละ 1 คะแนน)

.....3.1 ถ้า $A \cup B = \emptyset$ แล้ว $A \times B = \emptyset$

.....3.2 ถ้า $A \cap B = \emptyset$ แล้ว $A \times B = \emptyset$

.....3.3 ถ้า $A \subset B$ แล้ว $A \times C \subset B \times C$

.....3.4 ถ้า $A \times C \subset B \times C$ แล้ว $A \subset B$

.....3.5 ถ้า $A \times B = A \times C$ แล้ว B ไม่จำเป็นต้องเท่ากับ C

.....3.6 ถ้า $A \times B = A \times C$ และ $A \neq \emptyset$ แล้ว $B = C$

.....3.7 ถ้า A เป็นเซตอนันต์, B เป็นเซตจำกัด แล้ว $A \times B$ เป็นเซตอนันต์

.....3.8 ถ้า $A \times B$ เป็นเซตจำกัด แล้ว A เป็นเซตจำกัด และ B เป็นเซตจำกัด

.....3.9 ถ้า $A \times B$ เป็นเซตอนันต์ แล้ว A เป็นเซตอนันต์ และ B เป็นเซตอนันต์

..หัวข้อนี้ไม่ยากเลยนะ..เปิดหน้าต่อไปกันเลย..ค่ะ



1.3 เรื่อง ความสัมพันธ์ (Relation)

ความสัมพันธ์ (Relation) เป็นความเกี่ยวข้องกับสิ่งสองสิ่งภายใต้กฎเกณฑ์เงื่อนไข
 ใดๆอย่างหนึ่งและสามารถเขียนสิ่งที่สัมพันธ์กันในรูปคู่อันดับได้

บทนิยาม r เป็นความสัมพันธ์จาก A ไป B ก็ต่อเมื่อ r เป็นสับเซตของ $A \times B$

เขียนแทนด้วย $r \subset A \times B$ เรียก r ว่า ความสัมพันธ์จาก A ไป B

ถ้า $r \subset A \times A$ เรียก r ว่า ความสัมพันธ์จาก A ไป A หรือความสัมพันธ์ใน A

ถ้า r เป็นความสัมพันธ์ อาจเขียนแทน $(x, y) \in r$ ด้วย “ xry ” อ่านว่า x มีความสัมพันธ์ r กับ y
 ถ้า $(x, y) \notin r$ ด้วย “ $x \not r y$ ” อ่านว่า x ไม่มีความสัมพันธ์ r กับ y

ตัวอย่างที่ 5 ถ้า $A = \{2, 3, 5, 8\}$ และ $B = \{2, 6, 9\}$ จงหาความสัมพันธ์แบบแจกสมาชิกและแบบบอกเงื่อนไข
 ที่กำหนดให้ต่อไปนี้

5.1 r_1 เป็นความสัมพันธ์ “น้อยกว่า” จาก A ไป B

5.2 r_2 เป็นความสัมพันธ์ “เท่ากับ” จาก B ไป A

วิธีทำ 5.1 เนื่องจาก r_1 เป็นความสัมพันธ์จาก A ไป B เราจึงต้องหา $A \times B$ ก่อน

$$A \times B = \{(2, 2), (2, 6), (2, 9), (3, 2), (3, 6), (3, 9), (5, 2), (5, 6), (5, 9), \\ (8, 2), (8, 6), (8, 9)\}$$

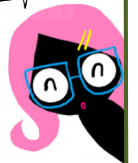
r_1 เป็นความสัมพันธ์ “น้อยกว่า” จาก A ไป B

เขียน r_1 แบบแจกแจงสมาชิกได้ ดังนี้ $r_1 = \{(2, 6), (2, 9), (3, 6), (3, 9), (5, 6), (5, 9), \\ (8, 9)\}$

หรืออาจเขียนแบบบอกเงื่อนไขได้ คือ $r_1 = \{(x, y) \in A \times B \mid x < y\}$

หรือ $r_1 = \{(x, y) \mid x \in A, y \in B \text{ และ } x < y\}$

$r_1 \subset A \times B$



5.2 เนื่องจาก r_2 เป็นความสัมพันธ์จาก B ไป A เราจึงต้องหา $B \times A$ ก่อน

$$B \times A = \{(2, 2), (2, 3), (2, 5), (2, 8), (6, 2), (6, 3), (6, 5), (6, 8), (9, 2), (9, 3), (9, 5), (9, 8)\}$$

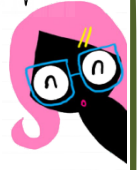
r_2 เป็นความสัมพันธ์ “เท่ากับ” จาก B ไป A

เขียน r_2 แบบแจกแจงสมาชิกได้ ดังนี้ $r_2 = \{(2, 2)\}$

หรืออาจเขียนแบบบอกเงื่อนไขได้ คือ $r_2 = \{(x, y) \in B \times A \mid x = y\}$

หรือ $r_2 = \{(x, y) \mid x \in B, y \in A \text{ และ } x = y\}$

$$r_2 \subset B \times A$$



ตัวอย่างที่ 6 ถ้า $A = \{1, 3, 5, 7\}$ และ $B = \{-1, -3, -5\}$ จงหาความสัมพันธ์แบบแจกแจงและแบบบอกเงื่อนไขที่กำหนดให้ต่อไปนี้

6.1 r_1 เป็นความสัมพันธ์ “มากกว่าหรือเท่ากับ” จาก A ไป B

6.2 r_2 เป็นความสัมพันธ์ “ผลบวกเท่ากับ 0” จาก B ไป A

วิธีทำ

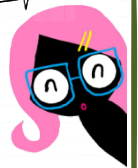
6.1 เนื่องจาก r_1 เป็นความสัมพันธ์จาก A ไป B เราจึงต้องหา $A \times B$ ก่อน

$$A \times B = \{(1, -1), (1, -3), (1, -5), (3, -1), (3, -3), (3, -5), (5, -1), (5, -3), (5, -5), (7, -1), (7, -3), (7, -5)\}$$

เขียน r_1 แบบแจกแจงสมาชิกได้ ดังนี้ $r_1 = \{(1, -1), (1, -3), (1, -5), (3, -1), (3, -3), (3, -5), (5, -1), (5, -3), (5, -5), (7, -1), (7, -3), (7, -5)\}$

หรืออาจเขียนแบบบอกเงื่อนไขได้ คือ $r_1 = \{(x, y) \in A \times B \mid x \geq y\}$

$$r_1 \subset A \times B$$



6.2 เนื่องจาก r_2 เป็นความสัมพันธ์จาก B ไป A เราจึงต้องหา $B \times A$ กันก่อน

$$B \times A = \{(-1, 1), (-1, 3), (-1, 5), (-1, 7), (-3, 1), (-3, 3), (-3, 5), (-3, 7), (-5, 1), (-5, 3), (-5, 5), (-5, 7)\}$$

เขียน r_2 แบบแจกแจงสมาชิกได้ ดังนี้ $r_2 = \{(-1, 1), (-3, 3), (-5, 5)\}$

หรืออาจเขียนแบบบอกเงื่อนไขได้ คือ $r_2 = \{(x, y) \in B \times A \mid x + y = 0\}$

$$r_2 \subset B \times A$$



ข้อสรุป



1. ความสัมพันธ์เป็นเซต
2. \emptyset เป็นความสัมพันธ์จาก A ไป B เพราะ $\emptyset \subset A \times B$
3. ถ้าจำนวนสมาชิกของ A เท่ากับ m ตัว และจำนวนสมาชิก B เท่ากับ n ตัว
จะได้
 - 3.1 จำนวนสมาชิกของ $A \times B$ เท่ากับ mn ตัว
 - 3.2 จำนวนสับเซตของ $A \times B$ เท่ากับ 2^{mn} เซต
ดังนั้น จำนวนความสัมพันธ์จาก A ไป B เท่ากับ 2^{mn} เซต

ตัวอย่างที่ 7 ถ้า $A = \{1, 2\}$ และ $B = \{4\}$ จงหาความสัมพันธ์จาก A ไป B ที่เป็นไปได้ทั้งหมด

วิธีทำ เนื่องจาก $A \times B = \{(1, 4), (2, 4)\}$

จำนวนความสัมพันธ์จาก A ไป B = $2^{2 \times 1} = 2^2 = 4$ เซต ซึ่งมีดังนี้

$$r_1 = \{ \}$$

$$r_2 = \{(1, 4)\}$$

$$r_3 = \{(2, 4)\},$$

$$r_4 = \{(1,4), (2, 4)\}$$

ไปทำแบบฝึกกันเลยคะ
เพื่อน ๆ





แบบฝึกทักษะที่ 1.3

เรื่อง ความสัมพันธ์



จุดประสงค์การเรียนรู้: นักเรียนสามารถเขียนความสัมพันธ์แบบแจกแจงสมาชิก หรือแบบบอกเงื่อนไขได้

- 1) กำหนดให้ $A = \{1, 2, 3\}$ และ $B = \{2, 3, 4\}$ ให้นักเรียนเขียนความสัมพันธ์ในแต่ละข้อต่อไปนี้ เป็นเซตแบบแจกแจงสมาชิก และแบบบอกเงื่อนไข ตามลำดับ (ข้อละ 1 คะแนน)

- 1.1 ถ้า r_1 คือ ความสัมพันธ์แบบ “มากกว่า” จาก A ไป B

$$A \times B = \underline{\hspace{10cm}}$$

$$\text{ดังนั้น } r_1 = \underline{\hspace{10cm}}$$

$$\text{หรือ } r_1 = \underline{\hspace{10cm}}$$

- 1.2 ถ้า r_2 คือ ความสัมพันธ์แบบ “น้อยกว่าอยู่ 1” จาก A ไป A

$$A \times A = \underline{\hspace{10cm}}$$

$$\text{ดังนั้น } r_2 = \underline{\hspace{10cm}}$$

$$\text{หรือ } r_2 = \underline{\hspace{10cm}}$$

- 1.3 ถ้า r_3 คือ ความสัมพันธ์แบบ “มากกว่าอยู่ 2” จาก B ไป A

$$B \times A = \underline{\hspace{10cm}}$$

$$\text{ดังนั้น } r_3 = \underline{\hspace{10cm}}$$

$$\text{หรือ } r_3 = \underline{\hspace{10cm}}$$

- 1.4 ถ้า r_4 คือ ความสัมพันธ์แบบ “ต่างกันอยู่ 2” จาก B ไป B

$$B \times B = \underline{\hspace{10cm}}$$

$$\text{ดังนั้น } r_4 = \underline{\hspace{10cm}}$$

$$\text{หรือ } r_4 = \underline{\hspace{10cm}}$$

- 1.5 ถ้า r_5 คือ ความสัมพันธ์แบบ “ผลบวกไม่เกิน 5” จาก $A \cap B$ ไป A

$$(A \cap B) \times A = \underline{\hspace{10cm}}$$

$$\text{ดังนั้น } r_5 = \underline{\hspace{10cm}}$$

$$\text{หรือ } r_5 = \underline{\hspace{10cm}}$$

ไม่ยากกันเลยใช่ไหมคะ เพื่อน ๆ



- 2) กำหนดให้ $A = \{0, 1, 2\}$ และ $B = \{1, 4\}$ จงหาจำนวนความสัมพันธ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมด
ในแต่ละข้อ (ข้อละ 1 คะแนน)

2.1 ความสัมพันธ์จาก A ไป B

2.2 ความสัมพันธ์จาก B ไป A

2.3 ความสัมพันธ์ใน A

2.4 ความสัมพันธ์จาก $A \cap B$ ไป A

2.5 ความสัมพันธ์จาก $A - B$ ไป $A \cup B$

ถามหาจำนวน
ต้องตอบเป็นตัวเลขนะ



- 3) กำหนดให้ $A = \{1, 2, 4\}$ และ $B = \{2, 3, 5, 7\}$ ให้นักเรียนเขียนความสัมพันธ์ในแต่ละข้อต่อไปนี้
เป็นเซตแบบแจกแจงสมาชิก (ข้อละ 1 คะแนน)

3.1 ถ้า $r_1 = \{(x, y) \in A \times B \mid x \geq y\}$

$r_1 =$ _____

3.2 ถ้า $r_2 = \{(x, y) \in A \times A \mid x+1 \leq y\}$

$r_2 =$ _____

3.3 ถ้า $r_3 = \{(x, y) \in B \times A \mid y = x^2\}$

$r_3 =$ _____

3.4 ถ้า $r_4 = \{(x, y) \in B \times B \mid x \text{ เป็นรากที่สองของ } y\}$

$r_4 =$ _____

3.5 ถ้า $r_5 = \{(x, y) \in A \times B \mid x \text{ หาร } y \text{ เหลือเศษ } 1\}$

$r_5 =$ _____

ทำเสร็จแล้ว เปลี่ยนกับเพื่อน
ตรวจเลยคะ





แบบทดสอบหลังเรียน เรื่อง ความสัมพันธ์

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบมีทั้งหมด 10 ข้อ คะแนนเต็ม 10 คะแนน ใช้เวลา 10 นาที
2. ให้นักเรียนทำเครื่องหมายกากบาท (X) ทับคำตอบ ก., ข., ค., หรือ ง. ข้อที่ถูกที่สุดเพียงคำตอบเดียว

① กำหนดให้ $(x+y, 1)$ และ $(3, x-y)$ เป็นคู่อันดับที่เท่ากันแล้ว xy มีค่าเท่ากับเท่าไร

- ก. 2
- ข. 1
- ค. -1
- ง. -2

② กำหนดให้ $(1-2x, 3y-5) = (-9, 3-y)$ ข้อใดต่อไปนี้อาจถูกต้อง

- ก. $x+y = 5$
- ข. $x-y = 7$
- ค. $xy = 20$
- ง. $\frac{x}{y} = \frac{5}{2}$

③ กำหนดให้ $A = \{1, 2\}$ และ $B = \{3, 6\}$ แล้ว $A \times B$ คือข้อใด

- ก. $\{(3, 1), (3, 2), (6, 1), (6, 2)\}$
- ข. $\{(1, 3), (1, 6), (2, 3), (2, 6)\}$
- ค. $\{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (6, 6)\}$
- ง. $\{(1, 2), (3, 6)\}$

④ ให้ $A = \{a, b, c\}$ และ $B = \emptyset$ แล้ว $B \times A$ คือข้อใด

- ก. \emptyset
- ข. $\{(\emptyset, \emptyset)\}$
- ค. $\{(a, \emptyset), (b, \emptyset), (c, \emptyset)\}$
- ง. $\{(\emptyset, a), (\emptyset, b), (\emptyset, c)\}$



⑤ ข้อใดต่อไปนี้เป็นกล่าวถูกต้อง

- ก. ถ้า $n(A \times B) = 2$ และ $n(B) = 2$ แล้ว $n(A) = 2$
- ข. ถ้า $n(A) = 3$ และ $n(B) = 2$ แล้ว จำนวนความสัมพันธ์จาก A ไป B จะมีทั้งหมด 6 ความสัมพันธ์
- ค. ถ้า $n(A \times B) = 2$ แล้ว จำนวนความสัมพันธ์จาก A ไป B จะมีทั้งหมด 4 ความสัมพันธ์
- ง. ถ้า $n(A) = 3$ แล้ว จะมี B ที่สามารถสร้างความสัมพันธ์จาก A ไป B ได้ทั้งหมด 9 ความสัมพันธ์

⑥ กำหนดให้ $A = \{-1, 0, 1\}$ และ $B = \{3, 5, 7\}$ ข้อใดต่อไปนี้เป็นกล่าวถูกต้อง

- ก. $n(A \times B) = 6$
- ข. $(A \times B) \cap (B \times A) = \emptyset$
- ค. $A \times B = B \times A$
- ง. $\{(3, -1), (5, 0)\} \subset A \times B$

⑦ กำหนดให้ $A = \{1, 2\}$, $B = \{2, 3\}$ และ $C = \{4, 5\}$ ข้อใดต่อไปนี้เป็นกล่าวผิด

- ก. $(A \times B) \cup (A \times C) = \{(1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5)\}$
- ข. $(A \times B) \cup (A \times C) = A \times (B \cup C)$
- ค. $(A \times B) \cap (A \times C) = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5)\}$
- ง. $(A \times B) \cap (A \times C) = A \times (B \cap C)$

⑧ กำหนดให้ $A = \{0, 2, 4\}$, $B = \{0, 1, 2\}$ และ $r = \{(x, y) \in A \times B \mid x < y\}$ ข้อใดต่อไปนี้เป็นกล่าวถูกต้อง

- ก. $r = \{(0, 0), (0, 1), (0, 2), (2, 0), (2, 1), (2, 2), (4, 0), (4, 1), (4, 2)\}$
- ข. $r = \{(0, 0), (1, 0), (2, 0), (0, 2), (1, 2), (2, 2), (0, 4), (1, 4), (2, 4)\}$
- ค. $r = \{(2, 0), (2, 1), (2, 2), (4, 0), (4, 1), (4, 2)\}$
- ง. $r = \{(0, 1), (0, 2)\}$



๙ กำหนดให้ $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ความสัมพันธ์ที่กำหนดให้ต่อไปนี้ ข้อใดไม่มีสมาชิก

- ก. $r = \{(x, y) \in S \times S \mid xy = y\}$
- ข. $r = \{(x, y) \in S \times S \mid x+y = 6\}$
- ค. $r = \{(x, y) \in S \times S \mid x-y = 6\}$
- ง. $r = \{(x, y) \in S \times S \mid x > 2 \text{ และ } y = 3\}$

๑๐ กำหนดให้ $A = \{2, 4, 6\}$ และ $B = \{1, 2, 3\}$ และ $r = \{(x, y) \in A \times B \mid x < y+1\}$ ข้อใดต่อไปนี้กล่าวถูกต้อง

- ก. $r = \{(2, 2), (2, 3)\}$
- ข. $r = \{(2, 1), (2, 3), (4, 1)\}$
- ค. $r = \{(1, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 4)\}$
- ง. $r = \{(2, 1), (2, 3), (4, 1), (4, 2), (4, 3)\}$

ได้คะแนนเต็ม กันไหมคะ
เพื่อนๆ





ภาคผนวก





เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 1.1

เรื่อง คู่อันดับ

คำชี้แจง: จงหาค่าของ x และ y จากข้อที่กำหนดให้ต่อไปนี้ (ข้อ 1 - 6 ข้อละ 1 คะแนน)

1) $x = -1$ และ $y = 6$

2) $x = -6$ และ $y = 9$

3) $x = 2$ และ $y = 4$

4) $x = 4$ และ $y = 2$

5) $x = 6$ และ $y = 6$

6) $x = 2$ และ $y = -1$

7) กำหนด $(x+y, x-y) = (6, 4)$

(2 คะแนน)

วิธีทำ พิจารณา $(x+y, x-y) = (6, 4)$

จะได้ $x+y = 6$ ----- ①

และ $x-y = 4$ ----- ②

① + ②; $2x = 10$

$x = 5$

แทน $x = 5$ ลงใน ①; $5+y = 6$

$y = 1$

ดังนั้น $x = 5$ และ $y = 1$

8) กำหนด $(y-2, 2x+1) = (x-1, y-2)$

(2 คะแนน)

วิธีทำ พิจารณา $(y-2, 2x+1) = (x-1, y-2)$

$y-2 = x-1$ ----- ①

และ $2x+1 = y-2$ ----- ②

จัดสมการ ① จะได้ $x-y = -1$ ----- ③

จัดสมการ ② จะได้ $2x-y = -3$ ----- ④

③ - ④; $-x = 2$

$x = -2$

แทน $x = -2$ ลงใน ③; $-2-y = -1$

$y = -1$

ดังนั้น $x = -2$ และ $y = -1$





เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 1.2

เรื่อง ผลคูณคาร์ทีเซียน

1) จงหา $A \times B$ และ $n(A \times B)$ เมื่อกำหนด A และ B ดังต่อไปนี้ (ข้อละ 1 คะแนน)

$$1.1 \quad A \times B = \{(a, b), (a, c)\}$$

$$n(A \times B) = 2$$

$$1.2 \quad A \times B = \{(-1, m), (-1, n), (-2, m), (-2, n), (-3, m), (-3, n)\}$$

$$n(A \times B) = 6$$

$$1.3 \quad A \times B = \{(1, -1), (1, -2), (1, -3), (2, -1), (2, -2), (2, -3), (3, -1), (3, -2), (3, -3)\}$$

$$n(A \times B) = 9$$

$$1.4 \quad A \times B = \emptyset$$

$$n(A \times B) = 0$$

2) กำหนดให้ $A = \{-1, -2\}$, $B = \{-2, 4\}$ และ $C = \{5, 6\}$ จงเขียนเซตต่อไปนี้แบบแจกแจงสมาชิก

2.1 $(A \times B) \cup (A \times C)$ (2 คะแนน)

$$A \times B = \{(-1, -2), (-1, 4), (-2, -2), (-2, 4)\}$$

$$A \times C = \{(-1, 5), (-1, 6), (-2, 5), (-2, 6)\}$$

$$(A \times B) \cup (A \times C) = \{(-2, -2), (-2, 4), (-2, 5), (-2, 6), (-1, -2), (-1, 4), (-1, 5), (-1, 6)\}$$

$$n[(A \times B) \cup (A \times C)] = 8$$

2.2 $A \times (B \cup C)$ (1 คะแนน)

$$B \cup C = \{-2, 4, 5, 6\}$$

$$A \times (B \cup C) = \{(-1, -2), (-1, 4), (-1, 5), (-1, 6), (-2, -2), (-2, 4), (-2, 5), (-2, 6)\}$$

2.3 $A \times (B \cap C)$ (1 คะแนน)

$$B \cap C = \emptyset$$

$$A \times (B \cap C) = \emptyset$$

$$n[A \times (B \cap C)] = 0$$



2.4 $(B \times A) \cap (B \times C)$

(2 คะแนน)

$$B \times A = \{(-2, 1), (-2, -2), (4, -1), (4, -2)\}$$

$$B \times C = \{(-2, 5), (-2, 6), (4, 5), (4, 6)\}$$

$$(B \times A) \cap (B \times C) = \emptyset$$

$$n[(B \times A) \cap (B \times C)] = 0$$

3) กำหนด A, B, C เป็นเซตใดๆ จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้ถูกหรือผิด ถ้าข้อใดถูกให้ทำเครื่องหมาย ✓ และถ้าผิดให้ทำเครื่องหมาย ✗ หน้าข้อนั้น (ข้อละ 1 คะแนน)

✓ 3.1 ถ้า $A \cup B = \emptyset$ แล้ว $A \times B = \emptyset$

✗ 3.2 ถ้า $A \cap B = \emptyset$ แล้ว $A \times B = \emptyset$

✓ 3.3 ถ้า $A \subset B$ แล้ว $A \times C \subset B \times C$

✗ 3.4 ถ้า $A \times C \subset B \times C$ แล้ว $A \subset B$

✓ 3.5 ถ้า $A \times B = A \times C$ แล้ว B ไม่จำเป็นต้องเท่ากับ C

✓ 3.6 ถ้า $A \times B = A \times C$ และ $A \neq \emptyset$ แล้ว $B = C$

✗ 3.7 ถ้า A เป็นเซตอนันต์, B เป็นเซตจำกัด แล้ว $A \times B$ เป็นเซตอนันต์

✗ 3.8 ถ้า $A \times B$ เป็นเซตจำกัด แล้ว A เป็นเซตจำกัด และ B เป็นเซตจำกัด

✗ 3.9 ถ้า $A \times B$ เป็นเซตอนันต์ แล้ว A เป็นเซตอนันต์ และ B เป็นเซตอนันต์

ง่ายๆ กันเลยใช่ไหมคะ เพื่อน ๆ





เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 1.3

เรื่อง ความสัมพันธ์

- 1) กำหนดให้ $A = \{1, 2, 3\}$ และ $B = \{2, 3, 4\}$ ให้นักเรียนเขียนความสัมพันธ์ในแต่ละข้อต่อไปนี้ เป็นเซตแบบแจกแจงสมาชิก และแบบบอกเงื่อนไข ตามลำดับ (ข้อละ 1 คะแนน)

1.1 $r_1 = \{(3, 2)\}$

หรือ $r_1 = \{(x, y) \in A \times B \mid x > y\}$

1.2 $r_2 = \{(1, 2), (2, 3)\}$

หรือ $r_2 = \{(x, y) \in A \times A \mid x+1 = y\}$ หรือ $\{(x, y) \in A \times A \mid x = y-1\}$

1.3 $r_3 = \{(3, 1), (4, 2)\}$

หรือ $r_3 = \{(x, y) \in B \times A \mid x-2 = y\}$ หรือ $\{(x, y) \in B \times A \mid x = y+2\}$

1.4 $r_4 = \{(2, 4), (4, 2)\}$

หรือ $r_4 = \{(x, y) \in B \times B \mid x-y = 2\}$ หรือ $\{(x, y) \in B \times B \mid |x-y| = 2\}$

1.5 $r_5 = \{(2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2)\}$

หรือ $r_5 = \{(x, y) \in (A \cap B) \times A \mid x+y \leq 5\}$

- 2) กำหนดให้ $A = \{0, 1, 2\}$ และ $B = \{1, 4\}$ จงหาจำนวนความสัมพันธ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมด ในแต่ละข้อ (ข้อละ 1 คะแนน)

2.1 $2^{3 \times 2} = 2^6 = 64$

2.2 $2^{2 \times 3} = 2^6 = 64$

2.3 $2^{3 \times 3} = 2^9 = 512$

2.4 $2^{1 \times 3} = 2^3 = 8$

2.5 $2^{2 \times 4} = 2^8 = 256$

- 3) กำหนดให้ $A = \{1, 2, 4\}$ และ $B = \{2, 3, 5, 7\}$ ให้นักเรียนเขียนความสัมพันธ์ในแต่ละข้อต่อไปนี้ เป็นเซตแบบแจกแจงสมาชิก (ข้อละ 1 คะแนน)

3.1 $r_1 = \{(2, 2), (4, 2), (4, 3)\}$

3.2 $r_2 = \{(1, 2), (1, 4), (2, 4)\}$

3.3 $r_3 = \{(2, 4)\}$

3.4 $r_4 = \emptyset$

3.5 $r_5 = \{(1, 2), (2, 3), (4, 5)\}$

เก่ง มากๆ เลยค่ะ เพื่อนๆ





เฉลยคำตอบแบบทดสอบหลังเรียน
เรื่อง ความสัมพันธ์

| ข้อ | ก | ข | ค | ง |
|-----|---|---|---|---|
| ① | X | | | |
| ② | | | | X |
| ③ | | X | | |
| ④ | X | | | |
| ⑤ | | | X | |

| ข้อ | ก | ข | ค | ง |
|-----|---|---|---|---|
| ⑥ | | X | | |
| ⑦ | | | X | |
| ⑧ | | | | X |
| ⑨ | | | X | |
| ⑩ | X | | | |

| | |
|-------------|----|
| คะแนนเต็ม | 10 |
| คะแนนที่ได้ | |

ลงชื่อ.....ผู้ตรวจ

ทำแบบฝึกทักษะเรื่อยๆ
ช่วยได้แน่จ๊ะ





บรรณานุกรม

- กระทรวงศึกษาธิการ. คู่มือครูรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 – 6
 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน
 พุทธศักราช 2551. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์ สกสค. ลาดพร้าว, 2554.
- คู่มือวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์ สกสค.
 ลาดพร้าว, 2554.
- ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ก. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์
 ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย, 2551 ก.
- หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพฯ :
 โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย, 2551 ข.
- หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 – 6
 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน
 พุทธศักราช 2551. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์ สกสค. ลาดพร้าว, 2554.
- กนกวลี อุชนกรกุล และรณชัย มาเจริญทรัพย์. แบบฝึกหัดและประเมินผลการเรียนรู้ คณิตศาสตร์เพิ่มเติม
 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 เล่ม 2 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551.
 กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์เดอะบุคส์, 2553.
- จักรินทร์ วรรณโพธิ์กลาง. Mini คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ม.4-6 เล่ม 2 ตามหลักสูตรแกนกลาง
 การศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพฯ : บริษัท สำนักพิมพ์ พ.ศ.พัฒนา จำกัด,
 2554.
- ทรงวิทย์ สุวรรณธาดา. หนังสือเรียนเสริมคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ม.4 ภาคเรียนที่ 2. กรุงเทพฯ :
 แม็ค, 2555.
- ธนวัฒน์ สันทราพรพล. คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 4 (4-6) เล่ม 2 สำหรับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
 ภาคเรียนที่ 2. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์ Science Center, ม.ป.พ.
- เลิศ สิทธิโกศล. Math Review คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 เล่ม 2 รายวิชาเพิ่มเติม.
 กรุงเทพฯ : บริษัท ไฮเอ็ดพับลิชชิ่ง จำกัด, 2554.
- สมัย เหล่าวานิชย์ และพัชรพรรณ เหล่าวานิชย์. Hi-ED's Mathematics คณิตศาสตร์ ม.4-6 เล่ม 2
 (รายวิชาพื้นฐานและเพิ่มเติม). กรุงเทพฯ : ไฮเอ็ดพับลิชชิ่ง, 2554.

